

**Ярославский филиал
Аккредитованного образовательного частного учреждения
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ФИНАНСОВО-ЮРИДИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ МФЮА»**

Кафедра естественнонаучных и математических дисциплин



УТВЕРЖДАЮ

директор
Н.С. Семенова
2016 г.

Бунегина В.А.

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА**

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
38.03.01 «Экономика (уровень бакалавриата)»
профили подготовки «Финансы и кредит»,
«Экономика предприятий и организаций»

*Рекомендовано Учебно-методическим советом ЯФ МФЮА
(протокол №1 от 30 августа 2016 г.)*

*Одобрено кафедрой естественнонаучных и математических дисциплин
(протокол №1 от 29 августа 2016 г.)*

Ярославль, 2016

Рецензент: Мурашов А.А., д.т.н., доцент кафедры естественно – научных и математических дисциплин

Бунегина В.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Рабочая программа дисциплины для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика (уровень бакалавриата)», профили подготовки «Финансы и кредит», «Экономика предприятий и организаций», очная и заочная форма обучения. – Ярославль: ЯФ МФЮА, кафедра естественнонаучных и математических дисциплин, 2016. - 47 с.

Рабочая программа дисциплины содержит цели и задачи дисциплины, место дисциплины в структуре ОПОП, требования к результатам освоения дисциплины, объём дисциплины и виды учебной работы, содержание дисциплины, тематику практических занятий и технологии их проведения, формы самостоятельной работы, контрольные вопросы и систему оценивания, учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

Содержание

1.	Цели и задачи дисциплины	4
2.	Место дисциплины в структуре ОПОП	4
3.	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
4.	Объем дисциплины в зачетных единицах и академических часах	5
5.	Содержание разделов и тем программы	5
6.	Разделы дисциплины и междисциплинарные связи тем дисциплины с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами	7
7.	Разделы и темы дисциплины и виды занятий (учебно – тематический план)	7
8.	Содержание семинарских (практических) занятий	13
9.	Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	20
10.	Образовательные технологии	22
11.	Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации (по темам) и методические материалы для их оценивания	25
12.	Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины	43
13.	Перечень ресурсов информационно – телекоммуникационной сети «Интернет»	44
14.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	44
15.	Перечень информационных технологий, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем	45
16.	Описание материально – технической базы, необходимой для осуществления образовательной деятельности	45
17.	Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья	46
18.	Дополнения и изменения к рабочей программе	47

1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины:

Формирование правильных интуитивных представлений и комплекса базовых знаний в области теории вероятностей, как математической науки, изучающей закономерности случайных явлений;

Задачи дисциплины:

- приобретение знаний, умений и навыков применения базовых знаний по теории вероятностей для математического моделирования объектов проектирования, прогнозирования последствий и планирования реализации проектов, а также прогнозирования в различных сферах деятельности;
- приобретение знаний, умений и навыков применения статистических методов при решении управленческих задач;
- овладение основными понятиями теории статистики, основными статистическими методами анализа эмпирических экономических данных.
- приобретение умений и навыков построения статистических моделей, применения методов описания данных, оценивания и проверки гипотез с целью принятия обоснованных управленческих и экономических решений.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является дисциплиной базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика (уровень бакалавриата)».

Для изучения дисциплины студент должен обладать знаниями, полученными при изучении учебных предметов «Линейная алгебра», «Математический анализ».

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является предшествующей и пропедевтической для дисциплин математического и естественнонаучного цикла «Методы анализа данных», «Эконометрика».

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» обеспечивает инструментарий формирования следующих компетенций:

- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7)
- способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2);
- способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ОПК-3).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

-основы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения экономических задач;

уметь:

-применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;

владеть:

-навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;

-методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

4. Объем дисциплины в зачетных единицах и академических часах

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часов.
Форма промежуточной аттестации: зачет.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры		
		5		
Общая трудоемкость дисциплины	108	108		
Контактная работа с преподавателем	50	50		
Лекции (Л)	22	22		
Семинары (практические занятия)	28	28		
Из них в интерактивной форме	18	18		
Самостоятельная работа	58	58		
Зачет		+		
Итого	108	108		

5. Содержание разделов и тем программы

Тема 1. Элементы комбинаторики.

Факториал. Принципы комбинаторики. Правило суммы и правило произведения. Сочетания, перестановки, размещения с повторами и без повторений.

Тема 2. Случайные события.

Классическая схема абстрактных событий. Опыт, событие. Классификация событий. Аксиоматическая схема абстрактных событий. Шансы. Полная группа событий.

Тема 3. Простейшие вероятностные схемы.

Вероятностная модель стохастического эксперимента с конечным или счетным множеством элементарных событий. Классическое определение вероятности. Классическое определение вероятности события. Геометрическое, статистическое и аксиоматическое определения вероятности события. Теоремы сложения вероятностей.

Тема 4. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Вероятность сложного события.

Понятие условной вероятности. Свойства и геометрическая интерпретация условной вероятности события. Теорема умножения вероятностей. Зависимые и независимые случайные события. Формула полной вероятности. Формула гипотез.

Тема 5. Последовательность независимых испытаний.

Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Формула Пуассона. Локальная формула Муавра-Лапласа. Интегральная формула Муавра-Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

Тема 6. Случайные величины.

Определение случайной величины. Функция распределения случайной величины. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины. Независимость случайных величин. Некоторые операции над дискретными случайными величинами

Тема 7. Числовые характеристики случайных величин.

Математическое ожидание дискретной случайной величины. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Понятия о моментах случайных величин.

Тема 8. Основные законы распределения.

Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальный закон распределения.

Тема 9. Предельные теоремы.

Неравенство Маркова. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.

Центральная предельная теорема теории вероятностей.

Тема 10. Основные понятия выборочного метода и задачи математической статистики.

Предмет математической статистики. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационные и статистические ряды и их графическое изображение. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики статистического распределения. Построение интервального статистического ряда распределения

Тема 11. Точечные оценки числовых характеристик и параметров распределения.

Понятие о точечной оценке числовой характеристики и параметра распределения. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Относительная частота как точечная оценка вероятности события. Методы получения точечных оценок

Тема 12. Интервальное оценивание числовых характеристик параметров распределения.

Постановка задачи интервального оценивания. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения. Доверительные интервалы для дисперсии нормального распределения.

Тема 13. Проверка статистических гипотез.

Постановка задачи проверки статистических гипотез. Статистический критерий. Общая схема проверки статистических гипотез. Проверка гипотезы о законе распределения. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений

Тема 14. Корреляционно-регрессионный анализ.

Типы зависимостей величин. Основные задачи корреляционно-регрессионного анализа. Представление данных в корреляционном анализе. Линейная парная регрессия. Метод наименьших квадратов. Выборочный коэффициент корреляции.

6. Междисциплинарные связи разделов или тем дисциплины с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых дисциплин	Номера разделов (тем) данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых(последующих) дисциплин													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	Методы анализа данных		*	*	*				*		*			*	
2	Эконометрика								*	*	*		*	*	

7. Разделы и темы дисциплины и виды занятий (учебно – тематический план)

7.1 Очная форма обучения

№	Раздел дисциплины	Всего учебных	Всего аудиторн	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)	Формы текущего контроля

				Лекции	Семинары	Активные и интерактивные формы обучения	Самостоятельная работа	успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
1.	Элементы комбинаторики.	14	4	2	2	Работа в группах	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
2.	Случайные события.	14	4	2	2	Работа в группах	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
3.	Простейшие вероятностные схемы.	14	4	2	2	Работа в группах	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
4.	Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Вероятность сложного события.	14	4	2	2	Работа в группах, работа в Mathcad и Matlab	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
5.	Последовательность независимых испытаний.	14	4	2	2	Работа в группах, работа в Mathcad и Matlab	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты

6.	Случайные величины.	14	4	2	2	Работа в группах	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
7.	Числовые характеристики случайных величин	14	4	2	2	Работа в группах	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
8.	Основные законы распределения	14	4	2	2	Работа в группах	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
9.	Предельные теоремы	14	4	2	2	Работа в группах, работа в Mathcad и Matlab	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
10.	Основные понятия выборочного метода и задачи математической статистики	14	4	2	2	Работа в группах, работа в Mathcad и Matlab	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
11.	Точечные оценки числовых характеристик и параметров распределения	8	2		2	Работа в группах	6 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
12.	Интервальное оценивание числовых характеристик	10	4	2	2	Работа в группах	6	Аудиторные самостоятельные

	параметров распределения						Письменные домашние задания	работы, семестровые типовые расчеты
13.	Проверка статистических гипотез	8	4	2	2	Работа в группах	4 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
14.	Корреляционно-регрессионный анализ	14	4	2	2	Работа в группах, работа в Mathcad и Matlab	10 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
	ИТОГО	108	50	22	28		58	зачет

7.2 Заочная форма обучения

№	Раздел дисциплины	Всего учебных занятий	Всего аудиторных занятий	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Семинары	Активные и интерактивные формы обучения	Самостоятельная работа	
1.	Элементы комбинаторики.	14	2	2		Работа в группах	12 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
2.	Случайные события.	14	2		2	Работа в группах	12 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые

								е типовые расчеты
3.	Простейшие вероятностные схемы.	12				Работа в группах	12 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
4.	Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Вероятность сложного события.	12				Работа в группах, работа в Mathcad и Matlab	12 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
5.	Последовательность независимых испытаний.	14	2	2		Работа в группах, работа в Mathcad и Matlab	12 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
6.	Случайные величины.	12				Работа в группах	12 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
7.	Числовые характеристики случайных величин	12				Работа в группах	12 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
8.	Основные законы распределения	14	2		2	Работа в группах	12	Аудиторные самостоятельные

							Письменные домашние задания	работы, семестровые типовые расчеты
9.	Предельные теоремы	14	1	1		Работа в группах, работа в Mathcad и Matlab	11 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
10.	Основные понятия выборочного метода и задачи математической статистики	12				Работа в группах, работа в Mathcad и Matlab	12 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
11.	Точечные оценки числовых характеристик и параметров распределения	12				Работа в группах	12 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
12.	Интервальное оценивание числовых характеристик параметров распределения	14	1		1	Работа в группах	13 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
13.	Проверка статистических гипотез	14	1		1	Работа в группах	13 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты
14.	Корреляционно-регрессионный анализ	10	1	1		Работа в группах, работа в Mathcad и Matlab	9 Письменные домашние задания	Аудиторные самостоятельные работы, семестровые типовые расчеты

	ИТОГО	108	12	6	6		96	зачет
--	--------------	------------	-----------	----------	----------	--	-----------	--------------

8. Содержание семинарских (практических) занятий

Тема 1. Элементы комбинаторики.

Семинар 1. Решение задач по темам

1. Преобразование выражений с факториалом.
2. Решение комбинаторных задач. Формулы комбинаторики.
3. Теоремы комбинаторики.

Практическая работа №1

Цель: решение задач на расчет выборов, с применением элементов и формул комбинаторики, развитие самостоятельной мыслительной деятельности, вычислительных навыков, творческого мышления студентов.

1. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?
2. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?
3. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?
4. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?

Вопросы для самопроверки.

1. Что называется перестановкой из n элементов?
2. Какой смысл имеет запись $n!$?
3. По какой формуле вычисляют число перестановок из n элементов?
4. Что называется размещением из n элементов по k ?
5. По какой формуле вычисляют число размещений из n элементов по k ?
6. Что называется сочетанием из n элементов по k ?
7. По какой формуле вычисляют число сочетаний из n элементов по k ?

Практическая работа №2

Задача 1.

В магазине «Все для чая» есть 6 разных чашек и 4 разных блюда. Сколько вариантов чашки и блюда можно купить?

Задача 2.

Найдите количество трехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, если цифры в числе повторяться не могут.

Задача 3.

Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры разные, а номер не может начинаться с нуля?

Задача 4.

Сколькими способами можно расставить на полке 12 книг, из которых 5 книг – это сборники стихотворений, так, чтобы сборники стояли рядом?

Задача 5.

В классе 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории возле школы нужно 4 мальчика и 3 девочки. Сколькими способами можно их выбрать со всех учеников класса?

Тема 2. Случайные события.

Семинар 2. Решение задач по темам

1. Вероятностная интерпретация понятий и операций теории множеств.

2. Полная группа событий.
3. Противоположные события.
4. Шансы.

Практическая работа №1:

Цель: вычисление вероятностей событий по классической формуле определения вероятности, развитие самостоятельной мыслительной деятельности, вычислительных навыков, творческого мышления студентов.

1. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.
2. В цехе работают 10 мужчин и 5 женщин. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины.
3. В урне 10 белых и 5 черных шаров. Сколькими способами можно наугад вынуть 3 шара, чтобы 2 шара оказались белыми, а один черным?
4. Отдел технического контроля обнаружил 15 бракованных ламп в партии из случайно отобранных 200 ламп. Найти относительную частоту появления бракованных ламп.
5. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,8. найти число годных приборов, если всего было проверено 250 приборов.

Вопросы для самопроверки.

1. Какое событие называют достоверным?
2. Какое событие называют невозможным?
3. Дайте определение противоположных событий.
4. Сформулируйте классическое определение вероятности.
5. Чему равна вероятность достоверного события?
6. Чему равна вероятность невозможного события?
7. Каким неравенствам удовлетворяет вероятность любого события?
8. Что называется относительной частотой события?

Практическая работа №2

Цель: решение задач на вычисление характеристик ДСВ, развитие логического и творческого мышления студентов, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

1. Производится три выстрела с вероятностями попадания в цель, равными $p_1=0,7$; $p_2=0,8$ и $p_3=0,6$. Найти математическое ожидание общего числа попаданий.

X	2	4	5	6
P	0,3	0,1	0,4	0,2

2. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, которая задана следующим законом распределения:

3. Случайная величина X может принимать два возможных значения: x_1 с вероятностью 0,3 и x_2 с вероятностью 0,7, причем x_1 меньше x_2 . Найти x_1 и x_2 , зная, что $M(X)=2,7$ и $D(X)=0,21$.

4. Дискретная случайная величина X принимает 3 возможных значения: $x_1=6$ с вероятностью $p_1=0,5$, $x_2=4$ с вероятностью $p_2=0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти x_3 и p_3 , зная, что $M(X)=12$.

X	3	4	5	6	7
P	p_1	0,15	p_3	0,25	0,35

5. Построить многоугольник распределения дискретной случайной величины, заданной законом распределения.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определение математического ожидания случайной величины.
2. Что называется дисперсией случайной величины?
3. Запишите формулу вычисления математического ожидания случайной величины.
4. Запишите формулу вычисления дисперсии случайной величины.
5. Свойства математического ожидания случайной величины.
6. Свойства дисперсии случайной величины.
7. Дайте определение среднего квадратического отклонения.
8. Запишите формулу вычисления среднего квадратического отклонения.
9. Способы задания закона распределения дискретной случайной величины.
10. Определение биномиального закона распределения.
11. Формула биномиального закона распределения дискретной случайной величины.

Тема 3. Простейшие вероятностные схемы.

Семинар 3. Решение задач по темам

1. Классическое определение вероятности события.
2. Геометрическое определение вероятности события.
3. Статистическое определение вероятности события.

Тема 4. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Вероятность сложного события.

Семинар 4. Решение задач по темам

1. Условная вероятность.
2. Теоремы о вероятности суммы событий.
3. Теоремы о вероятности произведения событий.

Семинар 5. Решение задач по темам

1. Обобщенная теорема суммы.
2. Формула полной вероятности.
3. Формула гипотез (Байеса).

Тема 5. Последовательность независимых испытаний.

Семинар 6. Решение задач по темам

1. Повторные независимые испытания.
2. Схема Бернулли.
3. Формула Пуассона (формула редких событий).
4. Теоремы и формулы Муавра – Лапласа.

Тема 6. Случайные величины.

Семинар 7. Решение задач по темам

1. Ряд распределения дискретной случайной величины.
2. Непрерывная случайная величина.

Практическая работа №1

Цели занятия: решение задач на формулу геометрического определения вероятности для одномерного случая, для двумерного случая, для простейших функций от двух

независимых равномерно распределённых величин, развитие логического и творческого мышления студентов, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

1. Автобусы маршрута № 875 идут строго по расписанию. Интервал движения 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее трех минут.

2. Найти математическое ожидание случайной величины X , распределенной равномерно в интервале $(2;8)$.

3. Найти дисперсию случайной величины X , распределенной равномерно в интервале $(4;12)$.

4. Найти среднее квадратическое отклонение случайной величины X , распределенной равномерно в интервале $(1;5)$.

Вопросы для самопроверки.

1. Какой формулой задается плотность равномерного распределения?

2. Дайте определение равномерного распределения вероятности.

3. Что вы знаете о функции распределения случайной величины, распределенной по равномерному закону?

4. Дайте определение математического ожидания случайной величины, распределенной по равномерному закону. Запишите ее формулу.

5. Дайте определение дисперсии случайной величины, распределенной по равномерному закону. Запишите ее формулу.

Практическая работа №2

Цель: решение задач на вычисление вероятностей и нахождение характеристик для НСВ с помощью функции плотности и интегральной функции распределения, развитие логического и творческого мышления студентов, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X , заданной плотностью распределения $f(x) = 1$ на интервале $(0;1)$.

2. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X , заданной функцией распределения $F(x) =$

3. Случайная величина X в интервале $(2;4)$ задана плотностью распределения $f(x) = -0,75x^2 + 4,5x - 6$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти моду величины X .

4. Найти дисперсию случайной величины X , заданной функцией распределения $F(x) =$

5. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = 2x$ в интервале $(0;2)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти начальные моменты первого, второго, третьего и четвертого порядков.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определение математического ожидания непрерывной случайной величины.

2. Дайте определение дисперсии непрерывной случайной величины.

3. Дайте определение среднего квадратического отклонения непрерывной случайной величины.

4. Дайте определение моды.

5. Дайте определение начального момента.

6. Запишите формулы вычисления моды и начального момента.

Семинар 8. Решение задач по темам

1. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли.

2. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
3. Плотность распределения случайной величины и ее свойства.

Тема 7. Числовые характеристики случайных величин.

Семинар 9. Решение задач по темам

1. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Свойства математического ожидания.
2. Дисперсия дискретной случайной величины. Свойства дисперсии.
3. Стандарт. Начальные и центральные моменты.

Семинар 10. Решение задач по темам

1. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
2. Мода, медиана, моменты непрерывной случайной величины.

Тема 8. Основные законы распределения.

Семинар 11. Решение задач по темам

1. Распределение Бернулли (биномиальное распределение).
2. Распределение Пуассона.
3. Геометрическое и гипергеометрическое распределения.
4. Числовые характеристики основных распределений.

Семинар 12. Решение задач по темам

1. Равномерное и показательное распределение непрерывной случайной величины.
2. Нормальное распределение непрерывной случайной величины.
3. Распределение Коши, гамма-распределение.
4. Числовые характеристики основных распределений.

Тема 9. Предельные теоремы.

Семинар 13. Решение задач по темам

1. Закон больших чисел. Теоремы Чебышева, Бернулли, Колмогорова.
2. Последовательности, образующие цепь Маркова.
3. Центральная предельная теорема для последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин.

Практическая работа №1

Цель: решение задач используя неравенство Маркова.

Задача

1

Сумма всех вкладов в отделение банка составляет 2 млн.руб., а вероятность того, что случайно взятый вклад не превысит 10 тыс.руб., равна 0,6. Что можно сказать о числе вкладчиков?

Задача 2

Средний расход воды на животноводческой ферме составляет 1000 л в день, а среднее квадратичное отклонение этой случайной величины не превышает 200 л. Оценить вероятность того, что расход воды на ферме в любой выбранный день не превзойдет 2000 л, используя неравенство Маркова.

Задача 3

Оценить вероятность того, что в течение ближайшего дня потребность в воде в населенном пункте превысит 150 000 л, если среднесуточная потребность в ней составляет 50 000 л.

Практическая работа №2

Цель: решение задач используя неравенство Чебышева.

1. Вероятность того, что акции, переданные на депозит, будут востребованы, равна 0,08. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что среди 1000 клиентов от 70 до 90 востребуют свои акции.

2. Среднее значение длины детали 50 см, а дисперсия – 0,1. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что случайно взятая деталь окажется по длине не менее 49,5 и не более 50,5 см. Уточнить вероятность того же события, если известно, что длина случайно взятой детали имеет нормальный закон распределения.

3. Оценить вероятность того, что отклонение любой случайной величины от ее математического ожидания будет не более двух средних квадратических отклонений (по абсолютной величине).

4. В течение времени t эксплуатируются 500 приборов. Каждый прибор имеет надежность 0,98 и выходит из строя независимо от других. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что доля надежных приборов отличается от 0,98 не более чем на 0,1 (по абсолютной величине).

Тема 10. Основные понятия выборочного метода и задачи математической статистики.

Семинар 14. Решение задач по темам

1. Генеральная совокупность, выборка, эмпирическая функция распределения.
2. Числовые характеристики.
3. Интервальный статистический ряд.

Практическая работа №1, 2

Цель: решение задач на построение для заданной выборки ее графической диаграммы, расчёта по заданной выборке её числовых характеристик, развитие логического и творческого мышления студентов, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

№ 1. Для выборки 7,-7,2,7,7,5,5,7,5,-7 определите: а) размах выборки; б) объём выборки; в) статистический ряд; г) выборочное распределение; д) полигон частот; е) выборочное среднее; ж) выборочную дисперсию; з) несмещенную выборочную дисперсию.

№ 2. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки.

Номер интервала	Частичный интервал	Сумма частот
1	10-15	2
2	15-20	4
3	20-25	8
4	25-30	4
5	30-35	2

Замечание. Найти предварительно плотность частоты для каждого интервала.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определение вариационного ряда.
2. Что называется размахом выборки?

3. Как для данной выборки получают статистический ряд и выборочное распределение?
4. Какие графические изображения выборок вы знаете?
5. Чему равна площадь гистограммы относительных частот?
6. Дайте определение выборочного среднего.
7. Дайте определение выборочной дисперсии.
8. Как связаны между собой выборочная дисперсия и несмещенная выборочная дисперсия?

Тема 11. Точечные оценки числовых характеристик и параметров распределения.

Семинар 15. Решение задач по темам.

1. Вычисление параметров распределения.
2. Оценка параметров распределения.

Тема 12. Интервальное оценивание числовых характеристик параметров распределения.

Семинар 16. Решение задач по темам

1. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения.
2. Доверительные интервалы для дисперсии нормального распределения.

Тема 13. Проверка статистических гипотез.

Семинар 17. Решение задач по темам

1. Статистическая проверка гипотез.
2. Критерий согласия.

Тема 14. Корреляционно-регрессионный анализ.

Семинар 18. Решение задач по темам

1. Представление данных в корреляционном анализе.
2. Линейная парная регрессия.
3. Метод наименьших квадратов.
4. Выборочный коэффициент корреляции.

9. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает: выполнение студентами домашних заданий, типовых семестровых расчетов, контрольных работ. Самостоятельная работа студентов предполагает изучение теоретического и практического материала по актуальным вопросам дисциплины. Рекомендуется самостоятельное изучение учебной и научной литературы, использование справочной литературы и Интернет-ресурсов. Контрольные работы и типовые расчеты предоставляются в течение семестра, в срок, определяемый графиком учебного процесса, до проведения экзамена.

При выдаче заданий на самостоятельную работу используется дифференцированный подход к студентам. Перед выполнением студентами самостоятельной внеаудиторной работы преподаватель проводит инструктаж по выполнению задания, который включает: цель задания, его содержание, сроки выполнения, ориентировочный объем работы, основные требования к результатам работы, критерии оценки. В процессе инструктажа преподаватель предупреждает

студентов о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания. Инструктаж проводится преподавателем за счет объема времени, отведенного на изучение дисциплины.

Самостоятельная работа осуществляется индивидуально.

Контроль самостоятельной работы организуется в двух формах:

- самоконтроль и самооценка студента;
- контроль со стороны преподавателей (текущий и промежуточный). Текущий контроль осуществляется на практических занятиях, промежуточный контроль осуществляется на зачете, экзамене в устной (письменной) форме.

Критериями оценки результатов самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентом учебного материала;
- умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность умений;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

Перечень тем для самостоятельной работы:

1. Комбинаторика. Выборки. Упорядоченные и неупорядоченные выборки.
2. Факториал. Свойства факториалов.
3. Сочетания. Свойства сочетаний. Правило суммы и правило произведения.
4. Упорядоченные множества (кортежи). Размещения. Перестановки.
5. Размещения с повторениями.
6. Комбинаторные уравнения.
7. Случайные события и случайные величины. Вероятностная модель.
8. Сумма и произведение событий. Дополнительное событие. Достоверное и невозможное события. Независимые и несовместные события.
9. Вероятность события. Полная группа. Элементарное событие. Базис равновероятных элементарных событий.
10. Сумма и произведения вероятностей.
11. Формула полной вероятности и формула Байеса.
12. Аксиоматика Колмогорова.
13. Измеримые пространства.
14. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Следствия формулы Бернулли.
15. Наивероятнейшее число появления события.
16. Формула Муавра-Лапласа. Функция Лапласа.
17. Дискретные случайные величины и законы распределения их вероятностей.
18. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.
19. Функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины.
20. Числовые характеристики положения случайной величины: математическое ожидание, мода, медиана, их свойства.
21. Числовые характеристики рассеивания случайной величины: дисперсия, среднеквадратичное отклонение, их свойства.
22. Числовые характеристики случайной величины. Начальные и центральные моменты. Центрированная случайная величина.
23. Биномиальное распределение случайной величины. Определение, законы, числовые характеристики.
24. Распределение Пуассона случайной величины: определение, законы, числовые характеристики.
25. Равномерное распределение случайной величины: определение, законы, числовые характеристики.
26. Показательное распределение случайной величины: определение, законы, числовые характеристики.

27. Показательный закон надежности. Функция надежности. Интенсивность отказов.
28. Нормальный закон распределения случайной величины. Его свойства.
29. Нормальный закон распределения случайной величины. Плотность распределения и функция распределения нормального закона.
30. Нормальный закон распределения случайной величины. Вероятность попадания в заданный интервал.
31. Нормальный закон распределения случайной величины. Правило трех сигм.
32. Системы случайных величин. Основные определения. Законы распределения двумерной дискретной случайной величины.
33. Законы распределения двумерной непрерывной случайной величины.
34. Условные законы распределения двумерных случайных величин.
35. Числовые характеристики двумерных случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия.
36. Начальные и центральные моменты двумерных случайных величин. Корреляционный момент.
37. Характеристическая функция и ее свойства.
38. Производящая функция и ее свойства.
39. Различные виды сходимости.
40. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
41. Генеральная и выборочная совокупность. Классификация выборки.
42. Вариационный ряд. Статистическое распределение выборки.
43. Статистическая функция распределения. Полигон и гистограмма.
44. Числовые характеристики статистического распределения. Генеральная и выборочная средняя.
45. Генеральная и выборочная дисперсия.
46. Начальные и центральные выборочные моменты.
47. Точечные и интервальные оценки параметров распределения.
48. Отыскание оценок методом моментов.
49. Доверительные интервалы для оценки параметров распределения.
50. Статистическая проверка гипотез. Основные понятия. Статистические критерии.
51. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия. Уровень значимости критерия.
52. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Основная и конкурирующая гипотезы. Критерий согласия.
53. Критерий Пирсона.
54. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Функция регрессии.
55. Метод наименьших квадратов и свойства получаемых оценок
Проверка значимости и интервальное оценивание уравнения и коэффициентов регрессии

Задачи для самостоятельной работы:

Задачи из данного раздела рекомендуются студентам в качестве домашних заданий. Аналогичные задания должны входить в контрольные работы и содержаться в типовых семестровых расчетах.

1. Сколькими способами можно обить 6 стульев тканью, если имеются ткани шести различных цветов и все стулья должны быть разного цвета?

2. Сколькими способами можно посадить в ряд 7 человек так, чтобы А, В и С сидели рядом?

3. На четырех карточках написаны буквы А, Е, П, Р. Карточки перемешивают и раскладывают в ряд. Найти вероятность того, что получится слово «РЕПА».

4. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность того, что появится менее 3 очков.

5. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

6. Работница обслуживает два станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания работницы для первого станка равна 0,7; для второго – 0,8. Найти вероятность того, что в течение часа ни один из двух станков не потребует внимания работницы.

7. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжника – 0,9; для велосипедиста – 0,8; для бегуна – 0,75. Найти вероятность того, что выбранный наудачу спортсмен выполнит норму.

8. Всхожесть семян данного растения составляет 70%. Найти вероятность того, что из трех посеянных семян взойдут два.

9. Монета подбрасывается четыре раза. Найти вероятность того, что «герб» выпадет два раза.

10. Команда состоит из двух стрелков. Числа очков, выбиваемых каждым из них при одном выстреле, являются случайными величинами X_1 и X_2 , которые характеризуются следующими законами распределения:

Число очков X_1	3	4	5
Вероятность	0,3	0,4	0,5

Число очков X_2	1	2	3	4	5
Вероятность	0,1	0,1	0,1	0,2	0,5

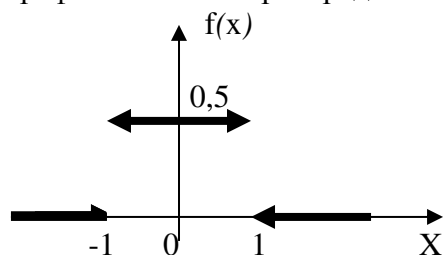
Результаты стрельбы одного стрелка не влияют на результаты стрельбы второго. Составить закон распределения числа очков, выбиваемых данной командой, если стрелки сделают по одному выстрелу.

11. Вычислить дисперсии и средние квадратические отклонения случайных величин X и Y , законы распределения которых приведены ниже

Значение X	-0,1	-0,01	0	0,01	0,1
Вероятность	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Значение Y	-20	-10	0	10	20
Вероятность	0,3	0,1	0,2	0,1	0,3

12. Если график плотности распределения случайной величины X имеет вид:



то $D(3X+1)=\dots$

13. Если случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}$, то $M(2X-2)=\dots$

14. Дана таблица, определяющая закон распределения случайных величин (X, Y)

Y	20	40	60
X			
10	3λ	λ	0
20	2λ	4λ	2λ
30	λ	2λ	5λ

Найти: 1) коэффициент λ ;

2) математические ожидания $M(X)$ и $M(Y)$;

3) дисперсии $D(X)$ и $D(Y)$;

4) коэффициент корреляции $r_{x,y}$.

15. Случайный вектор $\xi=(\xi_1, \xi_2)$ имеет плотность распределения

$$p_{\xi}(x_1, x_2) = \begin{cases} C(2x_1 + 3x_2), & x_1, x_2 \in [0, 1], \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

Найти: 1) константу C ;

2) распределение случайной величины $\eta = \xi_1 - \xi_2$;

3) распределение каждой из координат ξ_1 и ξ_2 ;

4) проверить независимость случайных величин ξ_1 и ξ_2 ;

5) условное математическое ожидание ξ_1 при условии $\xi_2=1/2$.

16. Вычислить характеристические и производящие функции для стандартных распределений.

17. По результатам распределения 100 рабочих механического цеха по тарифным разрядам найдена эмпирическая функция распределения:

$$F_{100}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1 \\ 0.04, & \text{если } 1 < x \leq 2 \\ 0.1, & \text{если } 2 < x \leq 3 \\ 0.26, & \text{если } 3 < x \leq 4 \\ 0.52, & \text{если } 4 < x \leq 5 \\ 1, & \text{если } 5 < x \end{cases}$$

Сколько рабочих цеха, имеющих разряд не ниже четвертого?

18. Случайная величина ξ распределена по нормальному закону с параметрами a и b и имеет следующие результаты наблюдаемых значений 35; 15; 5; 25; 5. Найти значение параметра распределения a этой случайной величины.

19. Случайная величина ξ распределена по показательному закону. По результатам наблюдаемых значений 15; 5; 25; 5; 35 этой случайной величины параметр распределения λ равен...

20. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \frac{3}{2} \sin 3x$ в интервале $(0; \pi/3)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(\pi/6; \pi/4)$.

21. С помощью журнала посещаемости собраны данные о числе пропущенных занятий по математике (за один семестр) у 25 студентов 1 курса. В итоге получены значения: 2, 5, 0, 1, 6, 3, 0, 1, 5, 4, 0, 3, 3, 2, 1, 4, 0, 0, 2, 3, 6, 0, 3, 0, 1. Определить значение эмпирической функции $F_{25}(3)$ по данной выборке.

22. В результате пяти измерений длины стержня одним прибором (без математических погрешностей) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Найти несмещенную оценку длины стержня.

23. В результате пяти измерений длины стержня одним прибором (без математических погрешностей) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Найти смещенную оценку ошибок прибора.

24. Из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	1	3	6	26
n_i	8	40	10	2

Определить несмещенную оценку генеральной средней.

9. Образовательные технологии

При изложении учебного материала лекторы используют как традиционные, так и нетрадиционные формы проведения лекций. В частности, используются такие формы, как:

1. *Традиционная лекция* – устное систематическое и последовательное изложение материала по какой-либо проблеме, теме вопроса и т.п. Студент воспринимает информацию на лекции, затем осознает ее, после чего преобразует ее снова в слова в виде конспекта лекции. Конспект является продуктом мышления обучающегося. Целью традиционной лекции является подача обучающимся современных, целостных, взаимосвязанных знаний, уровень которых определяется целевой установкой к каждой конкретной проблеме или теме.

2. *Проблемная лекция* начинается с вопросов или с постановки проблемы, которую в ходе изложения материала необходимо решить. Проблемные вопросы отличаются от непроблемных тем, что скрытая в них проблема требует не однотипного решения. Целью проблемной лекции является усвоение студентами теоретических знаний, развитие теоретического мышления; формирование познавательного интереса к содержанию учебного предмета и профессиональной мотивации будущего профессионала.

3. *Лекция визуализация* подразумевает использование принципа наглядности, т.е. подача лекционного материала в визуальной форме с использованием технических средства обучения (слайды, презентации и т.п.) или с использованием специально изготовленных схем, рисунков, чертежей и т.п. Представленная таким образом информация должна обеспечить систематизацию имеющихся у студентов знаний. В зависимости от содержания учебного материала могут использоваться различные виды визуализации – натуральные, изобразительные, символические, схематические и т.п.

4. *Лекция пресс-конференция* проводится в форме близкой к проведению собственно пресс-конференции. Преподаватель называет тему конкретной лекции и просит студентов письменно или устно задавать ему интересующие их вопросы по данной теме. Изложение материала строится не как ответ на каждый заданный вопрос, а в виде связного раскрытия темы, в процессе которого формулируются и акцентируются соответствующие ответы. В завершение лекции преподаватель проводит итоговую оценку вопросов как отражения своих знаний и интересов слушателей.

5. *Лекция беседа* или «диалог с аудиторией» предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. В основе лекции-беседы лежит диалогическая деятельность, что

представляет собой наиболее простую форму активного вовлечения студентов в учебный процесс. Диалог требует постоянного умственного напряжения, мыслительной активности студента.

6. *Лекция-дискуссия* предполагает, что преподаватель при изложении лекционного материала организует свободный обмен мнениями в интервалах между логическими разделами. Лекция-дискуссия активизирует познавательную деятельность аудитории и позволяет преподавателю управлять коллективным мнением группы, использовать его в целях убеждения, преодоления негативных установок и ошибочных мнений некоторых студентов.

7. *Лекция с разбором конкретных ситуаций или коллизий* предполагает обсуждение конкретной ситуации или коллизии. Соответствующая ситуация или коллизия представляется аудитории устно или в очень короткой видеозаписи, слайде, диафильме. Студенты анализируют и обсуждают предложенные ситуации или коллизии сообща, всей аудиторией. Затем, опираясь на правильные высказывания и анализируя неправильные, преподаватель убедительно подводит студентов к коллективному выводу или обобщению. Иногда обсуждение ситуации или коллизии можно использовать в качестве пролога к последующей части лекции, для того чтобы заинтересовать аудиторию, заострить внимание на отдельных проблемах, подготовить к творческому восприятию изучаемого материала. Для сосредоточения внимания, ситуация или коллизия подбирается достаточно характерная и острая.

Семинарские занятия по учебной дисциплине проводятся с целью закрепления знаний, полученных студентами на лекциях и (или) в ходе самостоятельной работы с нормативными правовыми актами, специальной и (или) дополнительной литературой, выяснения сложных и дискуссионных вопросов и коллизий теории и практики. По отдельным темам семинарских занятий предусмотрено написание рефератов, подготовка докладов и выполнение тестов. В рамках реализации компетентного подхода в процессе обучения дисциплине предусматривается широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий. Помимо традиционных форм усвоения накопленных ранее знаний используются активные методы обучения, которые позволяют активизировать мышление студентов, вовлечь их в учебный процесс; стимулируют самостоятельное, творческое отношение студентов к предмету; повышают степень мотивации и эмоциональности; обеспечивают постоянное взаимодействие обучаемых и преподавателей с помощью прямых и обратных связей. В частности, используются такие формы, как:

1. *Традиционный семинар* – сложная форма организации практического занятия, по заранее определенной теме или группе вопросов, способствующая закреплению и углублению теоретических знаний и практических навыков студентов, развитию навыков самостоятельной работы с нормативными, учебными и литературными источниками, обмена взглядами, знаниями, позициями, точками зрениями.

2. *Проектирование* - позволяет формировать личностные качества студентов, которые развиваются лишь в деятельности и не могут быть усвоены вербально (умение работать в коллективе, брать ответственность за выбор, решение, разделять ответственность, анализировать результаты деятельности, вырабатывается свой собственный аналитический взгляд на информацию и т.д.).

3. *Групповая дискуссия (групповое обсуждение)* используется для выработки разнообразных решений в условиях неопределенности или спорности обсуждаемого вопроса. Предметом групповой дискуссии, могут быть: спорные вопросы из области профессиональной деятельности участников дискуссии; противоречивые интересы участников группы; проблемные ситуации, в том числе предложенные к обсуждению самими участниками групповой работы; совместные или привнесенные проекты, модели, типологии; разнообразные технологии и пути их применения.

4. *Ситуационно-ролевая или деловая игра* – это имитационное моделирование профессиональной деятельностью людей в условных ситуациях с целью изучения и решения возникших проблем. Основная цель проведения игры - дать студентам практику принятия решений в условиях, максимально приближенным к реальным. Игра позволяет моделировать,

обсуждать и реально проигрывать по ролям различные ситуации из области профессиональной деятельности, включая процессы межличностного и группового общения.

5. *Анализ конкретной ситуации* является одним из наиболее эффективных и распространенных методов организации познавательной деятельности студентов. Ситуация - это совокупность фактов и данных, определяющих то или иное явление или казус. Возможен случай, когда ситуация, кроме материала для анализа, содержит и проблемы, требующие решения. Анализ и разрешение ситуации осуществляется методом разбора.

6. *Имитационное упражнение (решение задач)* характеризуется признаками, сходными с теми, которые присущи методу конкретных ситуаций. Специфическая черта имитационного упражнения – наличие заранее известного преподавателю (но не студентам) правильного или наилучшего (оптимального) решения проблемы. Имитационное упражнение – своеобразный экзамен на знание тех или иных законоположений правил, методов, инструкций.

7. *Совещания* это метод коллективной выработки решений или передачи информации, основанный на данных, полученных непосредственно от участников групповой работы. Цель совещания это взаимная ориентация участников, обмен мнениями, координация планов, намерений, мотивов, жизненного и профессионального опыта.

8. *Мастер-класс* это занятие, которое проводит эксперт в определенной области или по определенным вопросам, для студентов, что позволит улучшить их теоретические знания и практические достижения. Ведущие мастер-класс делятся со студентами некоторыми профессиональными секретами и могут указать начинающим на ряд недостатков или особенностей. Для проведения мастер-классов могут привлекаться специалисты - практики. В процессе изучения учебной дисциплины предусматривается взаимосвязь аудиторной и самостоятельной работы студентов, направленной на изучение теоретических положений, анализ постоянно меняющейся внешней среды.

№ п/п	Образовательная технология	Раздел и тематика дисциплины
<i>Лекции</i>		
1	<i>Традиционная лекция</i>	Элементы комбинаторики.
2	<i>Проблемная лекция</i>	Случайные события.
3	<i>Лекция визуализация</i>	Простейшие вероятностные схемы.
4	<i>Лекция пресс-конференция</i>	Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Вероятность сложного события.
5	<i>Лекция беседа или «диалог с аудиторией»</i>	Последовательность независимых испытаний.
6	<i>Лекция-дискуссия</i>	Случайные величины.
7	<i>Лекция с разбором конкретных ситуаций или коллизий</i>	Числовые характеристики случайных величин
<i>Семинарские/практические занятия</i>		
8	<i>Традиционный семинар</i>	Основные законы распределения
9	<i>Групповая дискуссия (групповое обсуждение)</i>	Предельные теоремы
10	<i>Ситуационно-ролевая или деловая игра</i>	Основные понятия выборочного метода и задачи математической статистики
11	<i>Анализ конкретной ситуации</i>	Точечные оценки числовых характеристик и параметров распределения
12	<i>Имитационное упражнение (решение задач)</i>	Интервальное оценивание числовых характеристик параметров распределения

13	Проектирование	Проверка статистических гипотез
----	----------------	---------------------------------

11. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации (по темам) и методические материалы для их оценивания

11.1 Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1.	Элементы комбинаторики.	ОК-7, ОПК-2, ОПК -3	Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
2.	Случайные события.		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
3.	Простейшие вероятностные схемы.		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
4.	Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Вероятность сложного события.		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
5.	Последовательность независимых испытаний.		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
6	Случайные величины.		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
7	Числовые характеристики случайных величин		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
8	Основные законы распределения		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
9	Предельные теоремы		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
10	Основные понятия выборочного метода и задачи математической статистики		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
11	Точечные оценки числовых характеристик и параметров распределения		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
12	Интервальное оценивание числовых характеристик параметров распределения		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен

13	Проверка статистических гипотез		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен
14	Корреляционно-регрессионный анализ		Устный ответ на семинаре, решение задач, экзамен

11.2 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и наименование компетенции	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	пороговый	базовый	продвинутый
	оценка		
	Удовлетворительно/зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично/зачтено
способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7)	Знает: В минимальном объеме способы самоорганизации и самообразованию	Знает: В достаточном объеме способы самоорганизации и самообразованию	Знает: в полном объеме способы самоорганизации и самообразованию
	Умеет В минимальном объеме применить в практической деятельности	Знает В достаточном объеме применить в практической деятельности	Знает В полном объеме применить в практической деятельности
	Владеет В минимальном объеме навыками определить необходимость использования того или иного способа самоорганизации и самообразованию	Владеет В достаточном объеме навыками определить необходимость использования того или иного способа самоорганизации и самообразованию	Владеет В полном объеме навыками определить необходимость использования того или иного способа самоорганизации и самообразованию
- способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2);	Знает: В минимальном объеме основы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения экономических задач	Знает: В достаточном объеме основы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения экономических задач	Знает: в полном объеме основы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения экономических задач
	Умеет: -применять методы	Умеет: -применять методы	Умеет: -применять методы математического

	математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;	математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;	анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;
	Владеет: -навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;	Владеет: Методами проверки и анализа учетной информации	Владеет: Методами контроля и проверки достоверности учетной информации.
- способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ОПК-3).	Знает: в минимальном объеме инструментальные средства для обработки экономических данных	Знает: в достаточном объеме инструментальные средства для обработки экономических данных	Знает: в полном объеме инструментальные средства для обработки экономических данных
	Умеет: проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	Умеет: проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	Умеет: проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы
	Владеет: методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.	Владеет: Методами проверки и анализа учетной информации	Владеет: Методами контроля и проверки достоверности учетной информации.

В течение семестра текущий контроль успеваемости студентов проверяется в ходе практических занятий, при выполнении и оценке самостоятельных заданий, индивидуальных домашних работ, по результатам контрольных работ.

По итогам семестра предусмотрен экзамен с комплексной проверкой теоретических знаний, практических навыков и умений изученных в курсе «Теория вероятностей и математическая статистика».

Примерные тестовые задания

ЗАДАНИЕ N 1 (выберите один вариант ответа)

Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет **не более трех очков**, равна...

1) $\frac{2}{3}$

2) $\frac{1}{6}$

3) $\frac{1}{3}$

4) $\frac{1}{2}$

ЗАДАНИЕ N 2 (выберите один вариант ответа)

Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,9 и 0,4 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадут оба стрелка, равна...

1) 0,45

2) 0,5

3) 0,36

4) 0,4

ЗАДАНИЕ N 3 (выберите один вариант ответа)

В первом ящике 7 красных и 9 синих шаров, во втором – 4 красных и 11 синих. Из произвольного ящика достают один шар. Вероятность того, что он красный, равна...

1) $\frac{7}{9} + \frac{4}{11}$

2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{7+4}{9+11}$

3) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7}{16} + \frac{4}{15} \right)$

4) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7}{9} + \frac{4}{11} \right)$

ЗАДАНИЕ N 4 (выберите один вариант ответа)

Пусть X – дискретная случайная величина, заданная законом распределения вероятностей:

X	-1	5
P	0,4	0,6

Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно...

1) 3,4

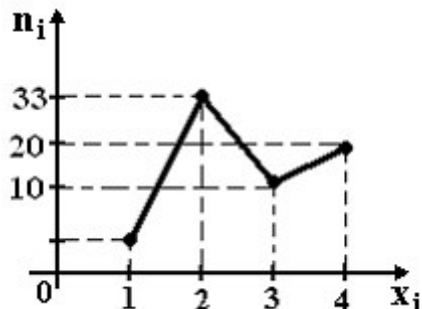
2) 2,6

3) 2

4) 4

ЗАДАНИЕ N 5 (выберите один вариант ответа)

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=70$, полигон частот которой имеет вид



Тогда число вариант $x_i=1$ в выборке равно...

1) 8

2) 6

3) 7

4) 70

ЗАДАНИЕ N 6 (выберите один вариант ответа)

Мода вариационного ряда ~~1,2,3,4,4,6~~ равна...

1) 4

2) 5

3) 6

4) 20

ЗАДАНИЕ N 7 (выберите один вариант ответа)

Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 2, 3, 8, 8. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна...

1) 5,25

2) 5,5

3) 6

4) 5

ЗАДАНИЕ N 8 (выберите один вариант ответа)

Событие A может наступить лишь при условии появления одного из двух несовместных событий B_1 и B_2 , образующих полную группу событий. Известны вероятность $P(B_1) = \frac{1}{3}$ и условные вероятности $P(A/B_1) = \frac{1}{2}$, $P(A/B_2) = \frac{1}{4}$. Тогда вероятность $P(A)$ равна ...

1) $\frac{2}{3}$

2) $\frac{1}{2}$

3) $\frac{3}{4}$

4) $\frac{1}{3}$

ЗАДАНИЕ N 9 (выберите один вариант ответа)

Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	-1	0	3
p	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины $Y = 4X$ равно...

1) 8

2) 7,6

3) 5,7

4) 6,8

ЗАДАНИЕ N 10 (выберите один вариант ответа)

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

x_i	1	2	3	4
n_i	10	n_2	8	7

Тогда n_2 равен...

1) 26

2) 25

3) 9

4) 50

ЗАДАНИЕ N 11 (выберите один вариант ответа)
Мода вариационного ряда 1, 4, 4, 5, 6, 8, 9 равна...

- | | |
|------|------|
| 1) 5 | 2) 1 |
| 3) 9 | 4) 4 |

Типовые задачи.

1. Комбинаторика

1.1. Сколько прямых можно провести через 8 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой, так чтобы каждая прямая проходила через 2 точки?

1.2. Сколькими способами можно расставить на полке 7 различных книг, чтобы определенные 3 книги: а) стояли рядом? б) не стояли рядом?

1.3. Найти m и n , если $A_n^m = 240$.

1.4. Вычислить: $\frac{C_{14}^5 + C_{14}^4 + C_{15}^6}{C_{16}^6}$.

2. Случайные события.

2.1. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность того, что появится не менее трех очков.

2.2. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях равна пяти, а произведение – четырех.

2.3. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 5 отличников.

2.4. Пусть, испытание-приобретение одного лотерейного билета; событие A – «выигрыш 1000 рублей»; событие B – «любой выигрыш», событие C – «отсутствие выигрыша». Найти $A+B+C$, $A \cdot B \cdot C$, $(A+B) \cdot C$, $(A+C) \cdot B$. Как называются полученные события? Что можно сказать об их вероятностях? Объяснить полученные результаты.

3. Формула полной вероятности и формула Байеса.

3.1. В вычислительной лаборатории имеются 6 клавишных автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95; для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производит расчет на наудачу выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя.

3.2. Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому товароведу, равна 0,55, а ко второму – 0,45. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным первым товароведом, равна 0,9, а вторым – 0,98. Стандартное изделие при проверке было признано стандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверил второй товаровед.

4. Схема Бернулли повторения испытаний. Формула Бернулли, формула Лапласа.

4.1. Производится четыре независимых опыта, в каждом из которых событие A происходит с вероятностью 0,3. Событие B наступает с вероятностью, равной 1, если событие A произошло не менее двух раз; не может наступить, если событие A не имело места, и наступает с вероятностью 0,6, если событие A имело место один раз. Определить вероятность появления события B .

4.2. Товаровед осматривает 24 образца товаров. Вероятность того, что каждый из образцов будет признан годным к продаже, равна 0,6. Найти наимвероятнейшее число образцов, которые товаровед признает годным к продаже.

4.3. Рассчитать вероятность хотя бы одного появления события A при 10 независимых опытах от вероятности p появления события A в каждом опыте для $p = 0,05$.

4.4. Игра состоит в набрасывании колец на кольцо. Игрок получает 6 колец и бросает кольца до первого попадания. Найти вероятность того, что хотя бы одно кольцо останется неизрасходованным, если вероятность попадания при каждом броске равна 0,1

5. Законы распределения и числовые характеристики дискретных случайных величин.

5.1. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте.

5.2. Составить закон распределения разности независимых случайных величин X_1 и X_2 , имеющих следующие законы распределения:

Значение X_1	0	2	4
Вероятность	0,3	0,5	0,2

Значение X_2	-1	1
Вероятность	0,4	0,6

5.3 В парке отдыха организована беспроигрышная лотерея. Имеется 1000 выигрышей, из них 400 – по 100 руб.; 300 – по 200 руб.; 200 – по 1000 руб. и 100 – по 2000 руб. Какой средний размер выигрыша для посетителя парка, купившего один билет?

5.4 Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X , заданной законом распределения:

Значение X	-5	2	3	4
Вероятность	0,4	0,3	0,1	0,2

5.5. Найти дисперсию дискретной случайной величины X – числа появления события A в пяти независимых испытаниях, если вероятность появления события A в каждом испытании равна 0,2.

5.6. Найти центральные моменты первого, второго и третьего порядка, если случайная величина X задана законом распределения:

Значение X	1	2	4
Вероятность	0,1	0,3	0,6

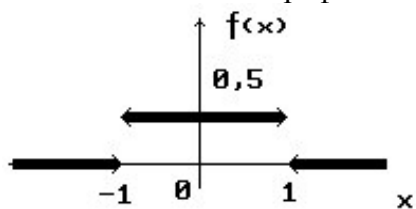
6. Законы распределения и числовые характеристики непрерывных случайных величин.

6.1. Случайная величина X задана интегральной функцией

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, заключенное в интервале (0,25; 0,75).

6.2. Если график плотности распределения случайной величины X имеет вид:



, то $D(4X - 2) =$

6.3. Если случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}, \text{ то } M(3X+2) \text{ равна...}$$

6.4. Найти дисперсию случайной величины X , заданной интегральной функцией

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{при } -2 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

7. Случайные векторы и многомерные распределения.

7.1. Задано распределение вероятностей дискретной двумерной случайной величины

X	26	30	41	50
Y				
2,3	0,05	0,12	0,05	0,04
2,7	0,09	0,30	0,11	0,21

Найти законы распределения составляющих.

7.2. Задана интегральная функция двумерной случайной величины

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - 3^{-x} - 3^{-y} + 3^{-x-y} & \text{при } x \geq 0, y \geq 0 \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } y < 0. \end{cases}$$

Найти дифференциальную функцию системы.

7.3. Задана дискретная двумерная случайная величина

X	$x_1=2$	$x_2=5$	$x_3=8$
Y			
$y_1=0,4$	0,15	0,30	0,35
$y_2=0,8$	0,05	0,12	0,03

Найти: а) условный закон распределения составляющей X , при условии, что составляющая Y приняла значение $y_1=0,4$; б) условный закон распределения Y , при условии, что X приняла значение $x_2=5$.

7.4. Задана дифференциальная функция непрерывной двумерной случайной величины (X, Y)

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xye^{-x^2-y^2} & (x > 0, y > 0), \\ 0 & (x < 0 \text{ или } y < 0). \end{cases}$$

Найти математические ожидания составляющих X и Y .

7.5. Задана дифференциальная функция непрерывной двумерной случайной величины (X, Y) : $f(x, y) = \frac{1}{4} \sin x \sin y$ в квадрате $0 \leq x \leq \pi$, $0 \leq y \leq \pi$; вне квадрата $f(x, y) = 0$. Найти корреляционный момент.

8. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

8.1. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[0, 2]$. Найти характеристическую функцию и математическое ожидание случайной величины $X+Y$.

8.2. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента за время T равна 0,05. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом (математическим ожиданием) отказов за время T окажется меньше двух.

8.3. Последовательность независимых случайных величин $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$, задана законом распределения

X_n	$-n\alpha$	0	$n\alpha$
p	$1/n^2$	$1-1/n^2$	$1/2n^2$

Применима ли к заданной последовательности теорема Чебышева?

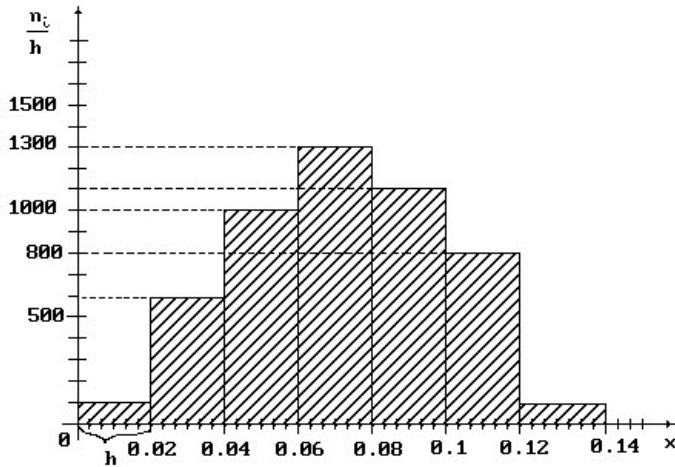
9. Математическая статистика.

9.1. Интересуясь размером проданной в магазине мужской обуви, мы получили данные по 100 проданным парам обуви и нашли эмпирическую функцию распределения:

$$F_{100}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 37 \\ 0.04, & \text{если } 37 < x \leq 38 \\ 0.14, & \text{если } 38 < x \leq 39 \\ 0.29, & \text{если } 39 < x \leq 40 \\ 0.52, & \text{если } 40 < x \leq 41 \\ 0.78, & \text{если } 41 < x \leq 42 \\ 0.92, & \text{если } 42 < x \leq 43 \\ 1, & \text{если } x > 43 \end{cases}$$

Сколько обуви 40-ого размера было продано?

9.2. Из текущей продукции автомата, обрабатывающего ролики диаметром 20 мм, взята выборка объемом 100 штук. Ролики измерены по диаметру микрометром с ценой деления 0,01мм. По данным отклонений от номинального размера диаметра построена гистограмма частот.



Сколько роликов имеют отклонение x от номинального размера диаметра, удовлетворяющее неравенству $0.04 < x < 0.08$?

9.3. Результаты сдачи экзамена по Теории вероятностей группой из 10 студентов приведены в таблице:

№ студента по списку	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Полученная оценка	3	4	3	2	4	5	3	4	3	3

Чему равны средняя оценка, исправленная дисперсия, исправленный стандарт, размах, мода и медиана?

9.4. Студенты группы из 20 человек получили следующие оценки на экзамене по математике:

3	5	5	3	2	4	4	5	2	3	4	3	5	3	3	4	4	3	4	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Составить частотный ряд, построить полигон и гистограмму, вычислить среднее, исправленную дисперсию, исправленный стандарт, медиану размах, моду.

9.5. Найти оценку для параметра λ распределения Пуассона, имеющего закон распределения

$$P\{X = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

используя выборку, определяемую таблицей

x_i	0	1	2	3	4
n_i	132	43	20	3	2

9.6. Двумя методами (методом моментов и методом наибольшего правдоподобия) найти оценку для параметра p распределения Бернулли, имеющего закон распределения

$$P\{X = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n,$$

используя выборку, определяемую таблицей

x_i	0	1	2	3	4
n_i	5	2	1	1	1

ТИПОВЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ 1

1. Сколько различных «слов», содержащих более трех букв можно образовать из букв слова «ВОЛГА»?

2. Какова вероятность того, что наудачу выбранное двузначное число простое и сумма его цифр равна 5?

3. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

4. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжника – 0,9; для велосипедиста – 0,8; для бегуна – 0,75. Найти вероятность того, что выбранный наудачу спортсмен выполнит норму.

5. Монета подбрасывается четыре раза. Найти вероятность того, что «герб» выпадет два раза.

6. Найти $M(4X-2)$, если случайная величина X задана плотностью распределения

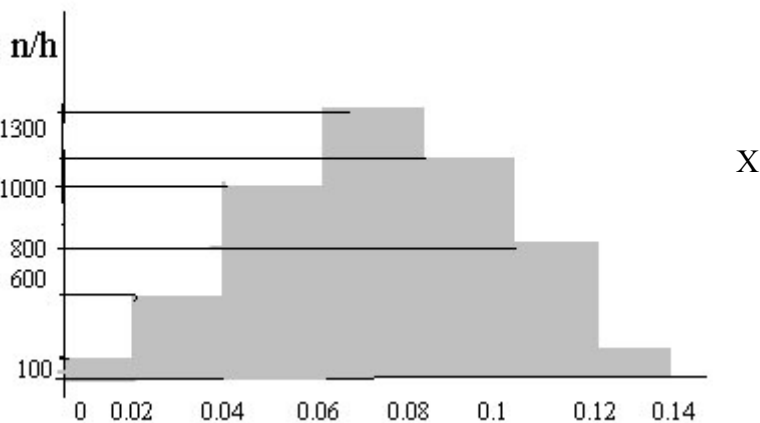
$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}.$$

7. Найти дисперсию случайной величины X , имеющей следующий закон распределения

Значение X	1	2	3	4	5
Вероятность	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

8. Случайная величина ξ распределена по нормальному закону с параметрами a и b и имеет следующие результаты наблюдаемых значений 35; 15; 5; 25; 5. Найти значение параметра распределения a этой случайной величины.

9. Из текущей продукции автомата, обрабатывающего ролики диаметром 20 мм, взята выборка объемом 100 штук. Ролики измерены по диаметру микрометром с ценой деления 0,01 мм. По данным отклонений от номинального размера диаметра построена гистограмма частот.



Сколько роликов имеют отклонения x от номинального размера диаметра, удовлетворяющие неравенству $0,04 < x < 0,08$?

10. В результате четырех измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Определить смещенную оценку ошибок прибора.

БИЛЕТ 2

1. В пространстве даны 7 точек, причем никакие 4 из них НЕ ЛЕЖАТ в одной плоскости. Сколько различных плоскостей можно провести через эти 7 точек?

2. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность того, что появится не менее 5 очков.

3. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятности того, что студент ответит на первый и второй вопросы билета равны по 0,5; на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен на «отлично».

4. В магазин поступает продукция трех фабрик. Причем продукция первой фабрики составляет 20%, второй – 45% и третьей 35% изделий. Известно, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3%, для второй – 2%, и для третьей 4%. Найти вероятность того, что оказавшееся нестандартным изделие произведено на ПЕРВОЙ фабрике.

5. Вероятность появления некоторого события в каждом из восемнадцати независимых опытов равна 0,2. Определить вероятность появления этого события по крайней мере три раза.

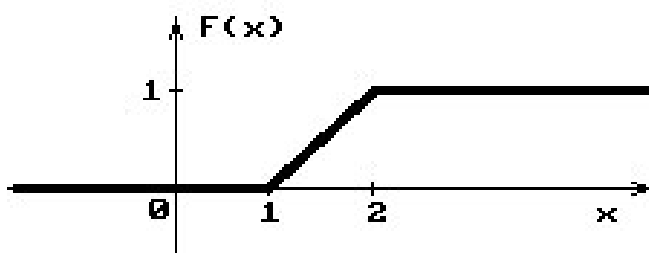
6. Независимые случайные величины X_1 и X_2 заданы законами распределения:

Значение X_1	0	1	2	3
Вероятность	0,1	0,2	0,3	0,4

Значение X_2	-1	0	1
Вероятность	0,2	0,3	0,5

Составить закон распределения их произведения, т.е. случайной величины $Z = X_1 \times X_2$

7. Найти $M(4X-7)$, если график функции распределения случайной величины X имеет вид:



8. Найти $D(2X-3)$, если случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}$.

9. Случайная величина ξ распределена по закону Пуассона $P(\xi=k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$, где $k=0, 1, 2, \dots$. Найти неизвестный параметр λ этого распределения по результатам наблюдаемых значений 2; 1; 1; 3; 1; 4; 2; 5; 1; 7.

10. С помощью журнала посещаемости собраны данные о числе пропущенных занятий по математике (за один семестр) у 25 студентов 1 курса. В итоге получены значения: 2, 5, 0, 1, 6, 3, 0, 1, 5, 4, 0, 3, 3, 2, 1, 4, 0, 0, 2, 3, 6, 0, 3, 0, 1. Найти значение эмпирической функции $F_{25}(3)$ по данной выборке.

Примерный перечень вопросов к итоговому экзамену:

1. Комбинаторика. Выборки. Упорядоченные и неупорядоченные выборки.
2. Факториал. Свойства факториалов.
3. Сочетания. Свойства сочетаний. Правило суммы и правило произведения.
4. Упорядоченные множества (кортежи). Размещения. Перестановки.
5. Размещения с повторениями.
6. Комбинаторные уравнения.
7. Случайные события и случайные величины. Вероятностная модель.
8. Сумма и произведение событий. Дополнительное событие. Достоверное и невозможное события. Независимые и несовместные события.
9. Вероятность события. Полная группа. Элементарное событие. Базис равновероятных элементарных событий.
10. Сумма и произведения вероятностей.
11. Формула полной вероятности и формула Байеса.
12. Аксиоматика Колмогорова.
13. Измеримые пространства.
14. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Следствия формулы Бернулли.
15. Наивероятнейшее число появления события.
16. Формула Муавра-Лапласа. Функция Лапласа.
17. Дискретные случайные величины и законы распределения их вероятностей.
18. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.
19. Функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины.
20. Числовые характеристики положения случайной величины: математическое ожидание, мода, медиана, их свойства.
21. Числовые характеристики рассеивания случайной величины: дисперсия, среднеквадратичное отклонение, их свойства.
22. Числовые характеристики случайной величины. Начальные и центральные моменты. Центрированная случайная величина.
23. Биномиальное распределение случайной величины. Определение, законы, числовые характеристики.
24. Распределение Пуассона случайной величины: определение, законы, числовые характеристики.

25. Равномерное распределение случайной величины: определение, законы, числовые характеристики.
26. Показательное распределение случайной величины: определение, законы, числовые характеристики.
27. Показательный закон надежности. Функция надежности. Интенсивность отказов.
28. Нормальный закон распределения случайной величины. Его свойства.
29. Нормальный закон распределения случайной величины. Плотность распределения и функция распределения нормального закона.
30. Нормальный закон распределения случайной величины. Вероятность попадания в заданный интервал.
31. Нормальный закон распределения случайной величины. Правило трех сигм.
32. Системы случайных величин. Основные определения. Законы распределения двумерной дискретной случайной величины.
33. Законы распределения двумерной непрерывной случайной величины.
34. Условные законы распределения двумерных случайных величин.
35. Числовые характеристики двумерных случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия.
36. Начальные и центральные моменты двумерных случайных величин. Корреляционный момент.
37. Характеристическая функция и ее свойства.
38. Производящая функция и ее свойства.
39. Различные виды сходимости.
40. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
41. Генеральная и выборочная совокупность. Классификация выборки.
42. Вариационный ряд. Статистическое распределение выборки.
43. Статистическая функция распределения. Полигон и гистограмма.
44. Числовые характеристики статистического распределения. Генеральная и выборочная средняя.
45. Генеральная и выборочная дисперсия.
46. Начальные и центральные выборочные моменты.
47. Точечные и интервальные оценки параметров распределения.
48. Отыскание оценок методом моментов.
49. Доверительные интервалы для оценки параметров распределения.
50. Статистическая проверка гипотез. Основные понятия. Статистические критерии.
51. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия. Уровень значимости критерия.
52. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Основная и конкурирующая гипотезы. Критерий согласия.
53. Критерий Пирсона.
54. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Функция регрессии.
55. Метод наименьших квадратов и свойства получаемых оценок
 1. Проверка значимости и интервальное оценивание уравнения и коэффициентов регрессии

Б) критерии оценивания компетенций (результатов) экзамена (дифференцированного зачета)

Критерии оценки	Описание школы оценивания
-----------------	---------------------------

<p>правильность ответов на вопросы билета; полнота и лаконичность ответа; степень понимания тематики предмета; логика и аргументированность изложения материала; приведение примеров, демонстрирующих умение и владение полученными знаниями по темам предмета в раскрытии поставленных вопросов;</p> <p>способность понимать и анализировать проблемы и демонстрирует осознание сути вопросов</p>	<p>неудовлетворительно: наличие существенных (грубых) ошибок в ответах, демонстрация обучающимся частичных знаний по пройденной программе, отсутствие ответа</p> <p>удовлетворительно: наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся, демонстрация обучающимся не достаточно полных знаний по пройденной программе, не структурированное, не стройное изложение учебного материала при ответе</p> <p>хорошо: наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов, демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы, четкое изложение учебного материала</p> <p>отлично: воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности, демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы и дополнительно рекомендованной литературы, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе; приведение примеров, аналогий, фактов из практического опыта</p>
--	---

11.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующие этапы формирования компетенций

Все задания, используемые для контроля компетенций условно можно разделить на две группы:

- 1) задания, которые в силу своих особенностей могут быть реализованы только в процессе обучения (устный опрос, доклад, реферат,)
- 2) задания, которые дополняют теоретические вопросы экзамена (задания итоговых тестов по разделам «Исторические типы философии» и «Основы философии»).

Выполнение заданий первого типа является необходимым для формирования и контроля ряда умений и навыков. Поэтому, в случае невыполнения заданий в процессе обучения, их необходимо «отработать» до зачета (экзамена). Вид заданий, которые необходимо выполнить для ликвидации задолженности определяется в индивидуальном порядке, с учетом причин невыполнения.

В случае невыполнения доклада, реферата студенту необходимо принести письменный текст сообщения, который должен быть оценен преподавателем.

Отсутствие выполненных тестов по темам «Исторические типы философии» «Основы философия» должно быть выполнено в любое удобное для студента время по согласованию с преподавателем и оценено.

При невыполнении заданий контрольной работы повторно она не передается. Дополнительно преподаватель может заменить задание на аналогичное, позволяющее оценить степень сформированности у студента навыков владения образовательными компетенциями.

Процедура экзамена. Устный экзамен проводится по билетам. Каждый билет содержит два теоретических вопроса и одно практическое задание. На подготовку дается 30 минут.

11.3.1. Процедура оценивания знаний студента в течении семестра:

Для оценки успеваемости студентов по учебному курсу применяется бально-рейтинговая система оценки студента.

Промежуточная аттестация (зачет или экзамен) по дисциплине в соответствии с балльно-рейтинговой системой не проводится в виде отдельного учебного мероприятия, а суммирует результаты студента по всем аттестационным показателям на момент завершения изучения дисциплины.

Основными показателями для контроля уровня учебных достижений студентов являются посещаемость студента (ПС), работа в семестре (РС), рубежный контроль (РК), семестровый контроль в сессию (СК).

Возможные значения баллов за семестр по каждому показателю определяются следующей таблицей

ПС	РС	РК	СК	Итог
0; 0,5; 1; 1,5; 2	0; 0,5; 1; 1,5; 2	0; 1; 2; 3	0; 3; 4; 5	От 0 до 12

Посещаемость студента (ПС) - Балл за посещаемость определяется в соответствии с таблицей

Таблица 1.

ПС%	Балл
менее 50%	0
более 50% до 65%	0,5
более 65% до 80%	1
более 80% до 90%	1,5
более 90%	2

где

$$ПС\% = \frac{\text{кол} - \text{во фактически посещенных занятий}}{\text{кол} - \text{во обязательных для данного студента занятий}} \cdot 100\%$$

Если студент пропустил занятие по уважительной причине (болезнь и т.п.), то количество обязательных занятий для него уменьшается.

Работа в семестре (РС). Балл за работу в семестре РС выставляется преподавателям, исходя из оценок в журнале и других показателей работы студента.

Таблица 2.

Баллы	Условия
0	Нет оценок;
0,5	Средняя оценка от 2 до 2,9
1	Средняя оценка от 3 до 3,5
1,5	Средняя оценка от 3,6 до 4,4
2	Среднее арифметическое от 4,5 до 5

Формула расчета: складываются все полученные оценки в семестре, сумма делится на количество оценок.

Рубежный контроль (РК)

Рубежный контроль может проводиться в следующих формах: проверочная контрольная работа; тест; коллоквиум, обобщающий семинар, в устной форме (опрос) и др. Студентам, не участвующим в рубежном контроле по уважительной причине, сроки прохождения

рубежного контроля могут быть продлены. Результаты рубежного контроля фиксируются в ведомости по четырехбальной шкале (2,3,4,5). И переводится в баллы в соответствии с таблицей 2.

Таблица 3.

Баллы	Оценка
0	Не явился
0	неудовлетворительно
1	удовлетворительно
2	хорошо
3	отлично

Семестровый (итоговый) контроль (СК) проводится в обычном порядке.

Таблица 4.

Баллы	Оценка
0	Не явился без уважительной причины
0	неудовлетворительно
3	удовлетворительно
4	хорошо
5	отлично

ИТОГ: Пересчет набранных за семестр баллов в четырехбальную оценку осуществляется в соответствии с таблицей.

Таблица 5.

Баллы за семестр	Оценка
менее 5	неудовлетворительно
от 5 до 7,5	удовлетворительно
от 8 до 10,0	хорошо
от 10,5 и более	отлично

10. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Балдин К.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / Балдин К.В., Башлыков В.Н., Рукоусев А.В.— М.: Дашков и К, 2014. 473— с. ЭБС IPRbooks - <http://iprbookshop.ru>
2. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / Климов Г.П.— М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011. 368— с. ЭБС IPRbooks - <http://iprbookshop.ru>
3. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / Колемаев В.А., Калинина В.Н.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. 352— с. ЭБС IPRbooks - <http://iprbookshop.ru>
4. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник для вузов. Изд. 2. -М.: Юнити-Дана, 2004. – 573 с.

5. Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Лисьев В.П.— М.: Евразийский открытый институт, 2010. 199— с. ЭБС IPRbooks - <http://iprbookshop.ru>

6. Шапкин А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию. Учебное пособие. – М.: Дашков и К, 2007. – 432 с.

Дополнительная литература:

1. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных. – М.: Финансы и статистика, 1983.

2. Венцель Е.С. Теория вероятностей. – 6-е изд., стер. -М.: Высшая школа, 2000.

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Высшая школа, 1999.

4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Высшая школа, 1999

5. Демин И.И. Математика. Учебно-методическое пособие для студентов гуманитарных специальностей. – М.: МФА, 2006 – 130 с.

6. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1982.

7. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – М.: Наука, 1975.

8. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. – М.: Наука, 1975.

9. Крамер Г. Математические методы статистики: Пер. с англ. – М.: Мир, 1975.

10. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. – 4-е изд., испр. – М.: Дело, 2003. – 688 с. ISBN 5-7749-0186-6.

11. Мешалкин Л.Д. Сборник задач по теории вероятностей. – М.: МГУ, 1963.

12. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В.И.Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2005. – 656с. – (Высшее образование). ISBN 5-002181-9.

13. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике.- М.: Айрис-пресс, 2004.-256 с.

14. Практикум по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика». - Тверь: ТГУ, 2001.

15. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие / Под ред. В.И.Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 575 с. – (Серия «Высшее образование»). ISBN 5-16-000301-0.

16. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Наука, 1982.

17. Севастьянов Б.А., Чистяков В.П., Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей. – М.: Наука, 1980.

18. Статистические методы обработки результатов наблюдений/ Под ред. Юсупова Р.М. – М.: МЦ СССР, 1984.

19. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов. /Под редакцией проф. Кремера Н.Ш. - М., ЮНИТИ, 2000.

20. Четыркин Е.М., Калихман И.Л. Вероятность и статистика. – М.: Финансы и статистика, 1982.

13. Перечень ресурсов информационно – телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://iprbookshop.ru> - Электронно-библиотечная система ЭБС IPRbooks
2. Справочные материалы по высшей математике <http://primat.at.ua>

3. Электронные учебные пособия <http://book.ru-deluxe.ru>

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Комплексное изучение предлагаемой студентам учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает овладение материалами лекций, приобретение практических навыков работы при исследовании, анализе систем и моделей, выполнении индивидуальных самостоятельных заданий.

Процесс по освоению всей совокупности теоретического и практического материала по дисциплине должен быть реализован в течение одного семестра и, проходить в соответствии с предложенным планом.

Каждая новая тема сначала объясняется преподавателем, рассматривается на примерах, затем для закрепления полученных на занятии знаний студенты выполняют соответствующие упражнения и получают домашние задания. Полученные оценки за выполненные упражнения и домашние задания являются основой для выставления промежуточной и итоговой аттестации. Итоговой аттестацией является экзамен. Проводится в форме компьютерного тестирования и (или) выполнения контрольных заданий по пройденным темам.

В ходе лекций раскрываются основные теоретические вопросы программы дисциплины, делаются акценты на наиболее сложные и интересные положения изучаемого материала. Материалы лекций являются базовыми для подготовки к экзамену.

Для закрепления полученных теоретических и практических знаний студентам в течение всего учебного года предлагаются индивидуальные задания (типовые семестровые расчеты) самостоятельной работы. Особенности выполнения самостоятельной работы и тематика индивидуальных заданий подробно изложены в методических указаниях по их выполнению. Консультирование по выполнению индивидуальных заданий может проводиться через электронный обмен сообщениями, посредством Интернет. Контроль выполненных заданий осуществляется либо непосредственно на занятиях, либо на консультациях.

Наличие методических рекомендаций по изучению каждой темы, большого набора заданий для самостоятельной работы по закреплению изучаемого материала (как в виде электронных заданий, так и в виде печатного сборника), компьютерных тестов для контроля знаний по каждой теме позволяет повысить эффективность учебного процесса

Для подготовки к экзамену студентам рекомендуются подготовленные преподавателями кафедры учебник и практикум, включающий терминологическую часть, вопросы для самоконтроля и тесты. Комплексное изучение предлагаемой студентам учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает овладение материалами лекций, приобретение практических навыков для исследования, анализа и обработке информации посредством математического аппарата.

Методические рекомендации по использованию дополнительной литературы

Следует обратить внимание на то, что в списке дополнительной литература приведены также и учебные пособия более глубокого и подробного изложения материала, а также учебные пособия по отдельным главам дисциплины. Это позволит учащимся более подробно и детально изучить материал, а также поможет без особых затруднений выполнять задания для самостоятельной работы и семестровые типовые расчеты.

В список дополнительной литературы вошли пособия по вопросам приложения математики в экономико-управленческой сфере. Данный аспект является необходимым для понимания применения аппарата математических разделов в будущей профессиональной сфере учащихся.

15. Перечень информационных технологий, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

1. Поисковая система нормативных правовых актов Гарант – www.garant.ru
2. Поисковая система нормативных правовых актов Консультант Плюс – www.consultant.ru

16. Описание материально – технической базы, необходимой для осуществления образовательной деятельности

При проведении лекционных и семинарских занятий в качестве дополнительного материально-технического обеспечения могут использоваться:

1. Компьютер Celeron D-310 (раб. место)
2. Проектор Epson X11
3. Экран на штативе Classic Libra 150x150
4. Наглядные пособия (схемы, таблицы, графики)
5. Информационные стенды.

17. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для обеспечения образования инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается адаптированная образовательная программа, индивидуальный учебный план с учетом особенностей их психофизического развития и состояния здоровья, в частности применяется индивидуальный подход к освоению дисциплины, индивидуальные задания: рефераты, письменные работы и, наоборот, только устные ответы и диалоги, индивидуальные консультации, использование диктофона и других записывающих средств для воспроизведения лекционного и семинарского материала.

В целях обеспечения обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья библиотека комплектует фонд основной учебной литературой, адаптированной к ограничению их здоровья, предоставляет возможность удаленного использования электронных образовательных ресурсов, доступ к которым организован в ЯФ МФЮА. В библиотеке проводятся индивидуальные консультации для данной категории пользователей, оказывается помощь в регистрации и использовании сетевых и локальных электронных образовательных ресурсов, предоставляются места в читальных залах, оборудованные программами не визуального доступа к информации, экранными увеличителями и техническими средствами усиления остаточного зрения.

Обучающимся предоставляются следующие услуги:

- выдача литературы в отделах обслуживания;
- индивидуальное чтение плоскочечной литературы чтецом;
- консультации для незрячих пользователей по работе на компьютере с брайлевым дисплеем, по работе в сети Интернет;
- предоставление незрячим пользователям возможностей самостоятельной работы на компьютере с использованием адаптивных технологий.

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

НА 20__ - 20__ УЧЕБНЫЙ ГОД.

Протокол НМС №__ от __ 20__ г.

Протокол №__ от __ 20__ г.

Директор филиала

Заведующий кафедрой

_____/_____/_____/_____/

№ п/п	Стр., №	Описание изменений

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

НА 20__ - 20__ УЧЕБНЫЙ ГОД.

Протокол НМС №__ от __ 20__ г.

Протокол №__ от __ 20__ г.

Директор филиала

Заведующий кафедрой

_____/_____/_____/_____/

№ п/п	Стр., №	Описание изменений

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

НА 20__ - 20__ УЧЕБНЫЙ ГОД.

Протокол НМС №__ от __ 20__ г.

Протокол №__ от __ 20__ г.

Директор филиала

Заведующий кафедрой

_____/_____/_____/_____/

№ п/п	Стр., №	Описание изменений